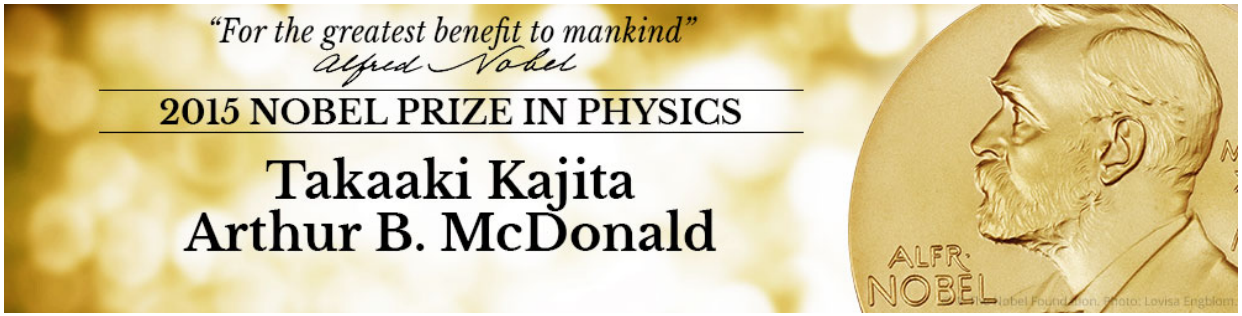
Un approfondimento sulle ragioni del Nobel 2015 per la Fisica

E. Iacopini
Dipartimento di Fisica e Astronomia
e INFN – sez. di Firenze

3 dicembre 2015

2015 Nobel Prize in Physics



Super-Kamiokande - Sudbury Neutrino Observatory

"for the discovery of neutrino oscillations, which shows that neutrinos have mass"

Sommario

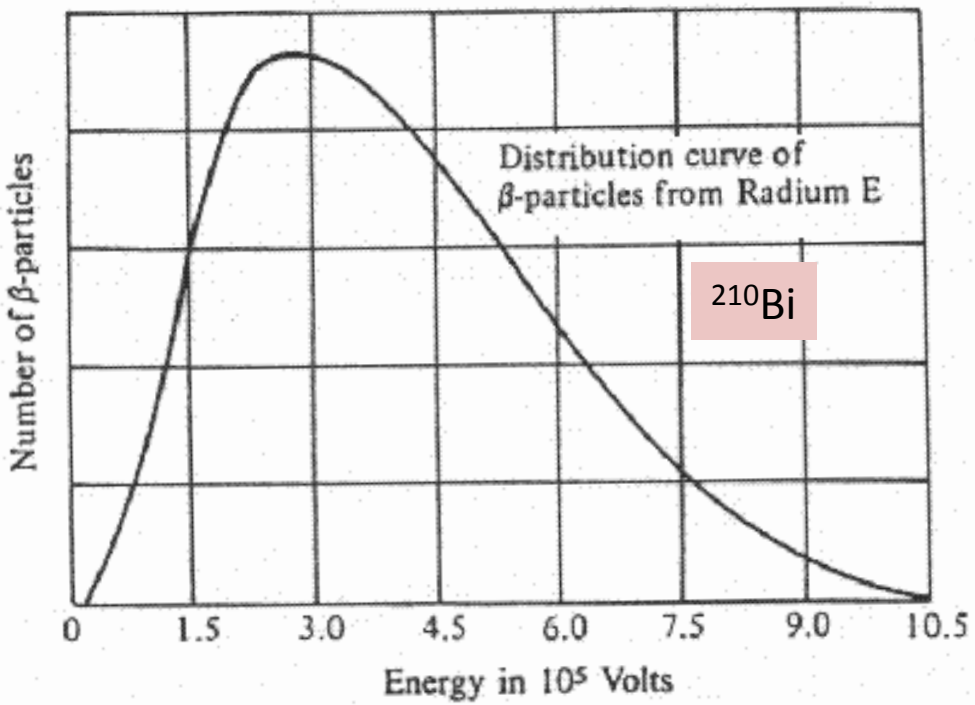
- Introduzione
- Necessità dell'esistenza del neutrino
- Come fu osservato
- I neutrini sono di tre diversi "sapori" …
- Il Sole come sorgente di neutrini
- Problema dei neutrini solari e ipotesi dell'oscillazione
- Conferma dagli esperimenti Superkamiokande e SNO
- Conclusioni

L'ipotesi del Neutrino

Lo spettro energetico osservato per l'elettrone emesso nel decadimento ß

$(A,Z) \rightarrow (A,Z+1) + e^-$ _____

dei nuclei è uno spettro continuo, **incompatibile** con la cinematica di un processo a due corpi nello stato finale (nucleo "figlio" + elettrone) …



Le interpretazioni teoriche anche allora fiorirono !

N. Bohr: l'energia è conservata solo in media, ma non in ogni decadimento …

L. Meitner: l'energia si conserva ma l'elettrone irraggia e quindi non è monocromatico …

L'ipotesi di Pauli

Il neutrone ancora non era stato scoperto (J.Chadwick, 1932) e si pensava che il nucleo fosse fatto da protoni ed elettroni, anche se questo contrastava con il valore dello spin di alcuni nuclei (per esempio ^{14}N e ^{6}Li) …

Pauli immaginò che nel nucleo ci fossero anche nuove particelle neutre di spin 1/2, molto più leggere del protone, emesse insieme all'elettrone nel decadimento ß: il decadimento era quindi un processo a tre corpi e la conservazione dell'energia era salva !

Secondo Pauli, quindi, questa particella neutra preesisteva nel nucleo, insieme all'elettrone … ma egli non volle pubblicare la sua idea, perchè la riteneva improbabile, anzi, un "peccato" per un fisico teorico, perchè postulava l'esistenza di una particella che riteneva impossibile da osservare direttamente.

Lettera aperta al gruppo dei Radioattivi in occasione della riunione della sezione di Tubinga della Società Tedesca di Fisica

---

Istituto di Fisica
Politecnico Federale
Zurigo

4 dicembre 1930

Cari colleghi Radioattivi,

Come vi spiegherà più dettagliatamente il portatore di questa missiva, che vi prego di ascoltare attentamente, a causa dell'enigma del momento angolare dei nuclei ^{14}N e ^{6}Li e dello spettro continuo nel decadimento β ho escogitato un estremo rimedio per salvare la regola di composizione dei momenti angolari e la legge di conservazione dell'energia. È possibile che esistano nei nuclei particelle elettricamente neutre, che desidero chiamare neutroni, che hanno spin 1/2 e obbediscono al principio di esclusione e che inoltre differiscono dai quanti di luce nel fatto che non viaggiano con la velocità della luce. La massa dei neutroni dovrebbe essere dello stesso ordine di grandezza della massa degli elettroni e in ogni caso non superiore a 1% della massa del protone. Lo spettro continuo nel decadimento β sarebbe allora comprensibile assumendo che nel decadimento β vengano simultaneamente emessi un neutrone e un elettrone in modo tale che la somma delle energie del neutrone e dell'elettrone è costante.

..... (omissis) .....

Sfortunatamente non posso venire a Tubinga in persona, in quanto sono indispensabile qui a Zurigo per una festa da ballo la sera del 6 dicembre.

Con i miei migliori saluti,

il vostro umile servitore

Wolfgang PAULI

(traduzione dal tedesco)

L'idea di Fermi del Neutrino

Enrico Fermi

Fermi ebbe notizia dell'ipotesi di Pauli alla **VII Conferenza Solvay** del 1933 e, nel giro di qualche mese, mise a punto la Teoria che ancora oggi, pur con qualche modifica, sta alla base del decadimento beta dei nuclei
(ν è la particella immaginata da Pauli, ribattezzata "neutrino" da Fermi, dato che Chadwick aveva da poco scoperto il neutrone, che risolveva la questione degli spin nucleari, ma aveva una massa incompatibile con quella necessaria per spiegare lo spettro beta …)

β^- decay: $n \rightarrow p + e^- + \nu$

β^+ decay: $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ (e.g., $^{14}O_8 \rightarrow {}^{14}N_7 + e^+ + \nu$)

La Teoria di Fermi prevede una interazione di contatto fra quattro particelle di spin ½, i due nucleoni, l'elettrone e il neutrino, e fa uso del formalismo matematico degli operatori di creazione e distruzione delle particelle inventato da Jordan, per cui, per esempio, **elettrone e neutrino non preesistevano** nel nucleo, esattamente come nel decadimento di un atomo, il fotone non esiste prima del decadimento stesso …

Era un'ipotesi rivoluzionaria e Nature non accettò l'articolo perché "troppo lontano dalla realtà …"

La prima osservazione indiretta del Neutrino

Partendo dalla Teoria di Fermi, Bethe e Peierls nel 1934 valutarono la sezione d'urto del processo

$$\nu + n \rightarrow p + e^-$$

dell'ordine di 10^{-44} cm^2 (→ cammino libero in acqua ≈ 1500 anni luce !) e conclusero che sarebbe stato impossibile osservarlo (per confronto, la sezione d'urto Thomson è di 0.665×10^{-24} cm^2) …

Effettivamente la **prima evidenza indiretta** del neutrino è del 1952 (esperimento di Rodeback e Allen) e si basa sul processo di cattura beta nell'Argon-37, dove un protone del nucleo, interagendo con un elettrone della shell K dell'atomo, si trasforma in un neutrone e viene emesso un neutrino

$$^{37}Ar + e^- \rightarrow {}^{37}Cl + \nu$$

Poiché l'atomo di Argon è a riposo, l'impulso del neutrino sarà bilanciato da uno, identico, dello ione Cloro.
Siccome l'energia messa in gioco dalla reazione è di **816 ± 4 keV**, il Cloro doveva acquisire una energia cinetica di circa **9.5 eV**, ovvero una velocità di **0.8×10^6 cm/sec**, che, entro gli errori, era la quantità che fu misurata nell'esperimento.

Neutrini e antineutrini

Il neutrino, in quanto particella di spin ½, era verosimilmente descritto dalla equazione di Dirac che, come nel caso dell'elettrone, prevede l'esistenza anche dell'antiparticella.

Riprendendo la teoria di Fermi, se ne doveva concludere che il processo di decadimento del neutrone produceva, in realtà, un antineutrino …

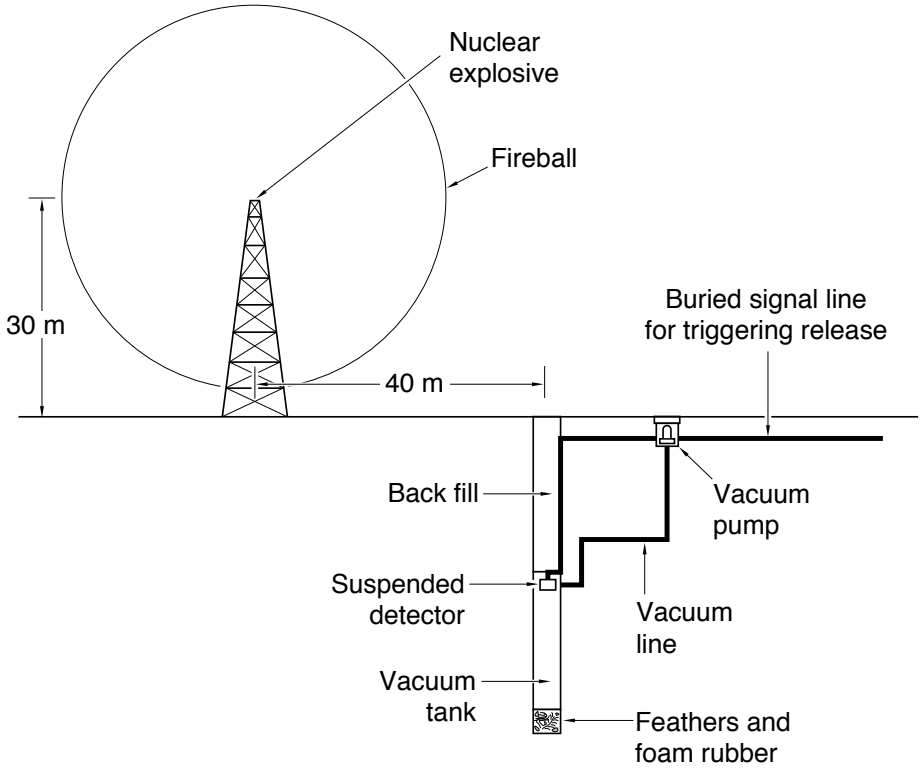
$$n \rightarrow p + e^{-} + \overline{\nu}$$

Si poteva introdurre così un nuovo numero quantico, il numero leptonico, che valeva **+1** per elettrone e neutrino e **-1** per antielettrone e antineutrino e la Teoria di Fermi prevedeva la conservazione di questo nuovo numero quantico (insieme a quella del numero barionico …).

L'osservazione diretta dell'antineutrino

C.Cowan e F.Reines
Nobel 1995

La prima osservazione diretta fu quella dell'antineutrino e avvenne qualche anno dopo, ad opera di Cowan e Reines. Data la sezione d'urto bassissima, serviva una sorgente di antineutrini molto intensa e la prima idea fu di usare una **bomba** nucleare come sorgente (si era negli anni '50 …)

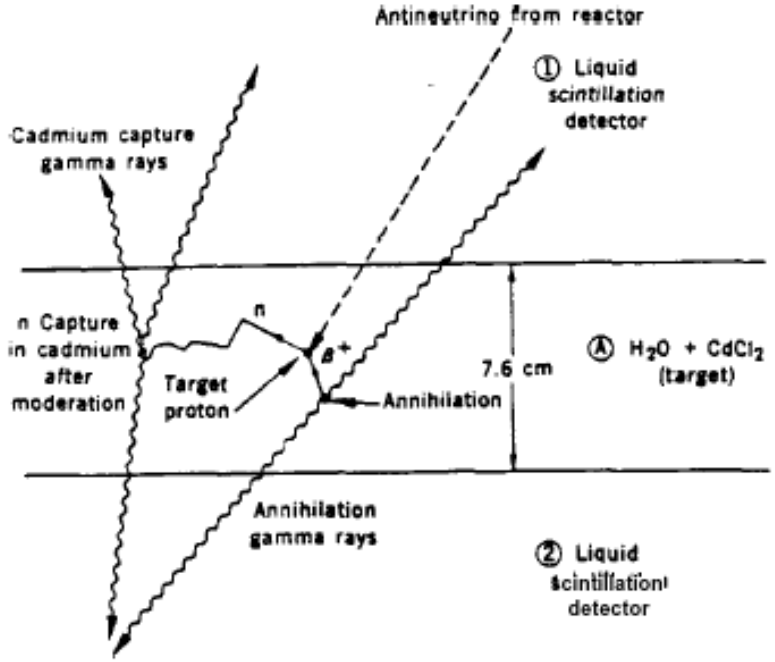


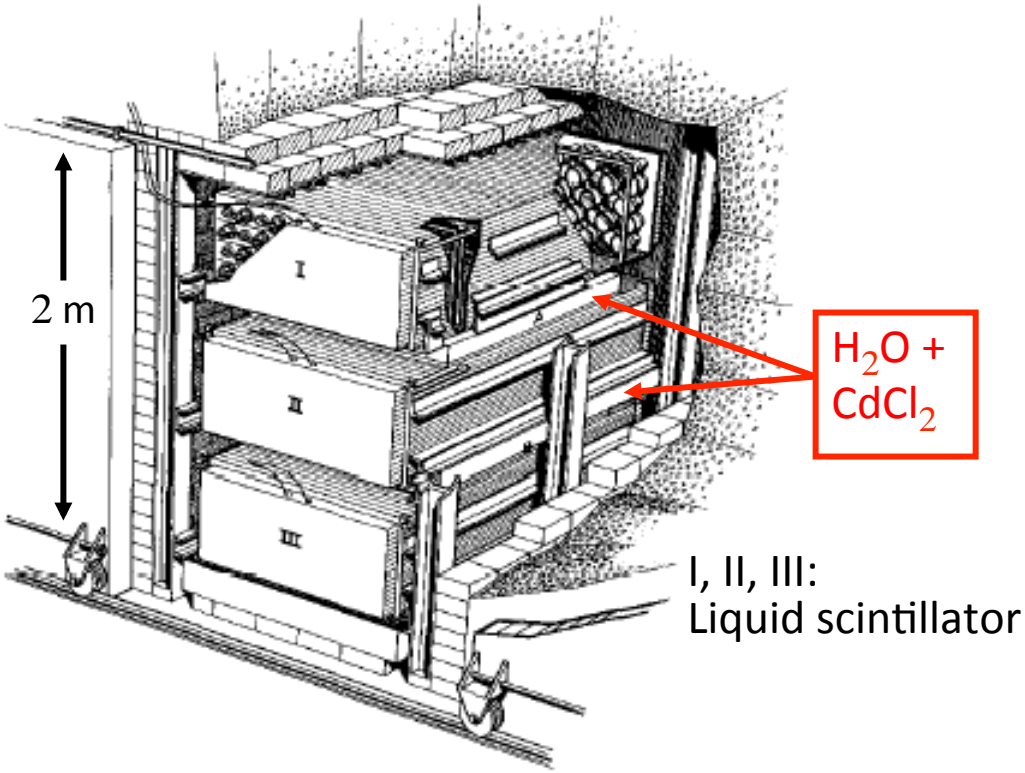
Nei processi di fissione nucleare si producono, infatti, radionuclidi molto ricchi di neutroni, che decadono β^- con vite medie brevi, generando quindi un fiotto molto intenso di antineutrini…

L'osservazione diretta (1953-1960)

$$\bar{\nu} + p \rightarrow e^{+} + n$$

Invece della bomba, si passò a una sorgente meno pericolosa e più prevedibile: una centrale nucleare (quella di Savannah River, dove comunque si preparava Trizio per la bomba H …) !





I, II, III:
Liquid scintillator

Dalla potenza termica si poteva valutare il numero di antineutrini e quindi il flusso (1 anti-neutrino ogni ≈30 MeV prodotti)

Il numero di eventi osservati fu
3.0 ± 0.2 ev. / ora
(dopo la sottrazione dei conteggi a reattore spento) e questo consentì la determinazione della sezione d'urto:

$$\Rightarrow \sigma = 12^{+7}_{-4} \times 10^{-44}\, cm^2$$

… Però i neutrini sono due, anzi tre …

La teoria di Fermi fu presto estesa anche a processi che non riguardavano solo processi che coinvolgevano nucleoni ed elettroni, come, per esempio, il decadimento del pione (1949)

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$$

Ma perché (Feinberg 1958), per esempio, non avviene il decadimento

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$$

bensì

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \overline{\nu}$$

… Dopo tutto, in questo schema, la coppia neutrino-antineutrino aveva numero leptonico nullo …

I neutrini sono (almeno) tre

B. Pontecorvo (1959) suggerì che un modo per verificare se i due neutrini avevano o no la stessa natura, era quello di usare i neutrini da $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

per studiare le reazioni $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ e $\nu_\mu + n \rightarrow e^- + p$

Se il neutrino elettronico e quello muonico erano la stessa particella, avrebbero dovuto avvenire entrambe, altrimenti no.

L'esperimento fu realizzato a BNL dal gruppo di L. Lederman, M. Schwartz, J. Steinberger (Nobel 1988) e dimostrò che $\nu_\mu \neq \nu_e$
i due neutrini erano dunque diversi !

Successivamente, con la scoperta del leptone τ da parte del gruppo di M.L. Perl (1974-77 a SLAC, Nobel nel 1995 con Reines) si è avuto anche conferma dell'esistenza di un terzo neutrino.

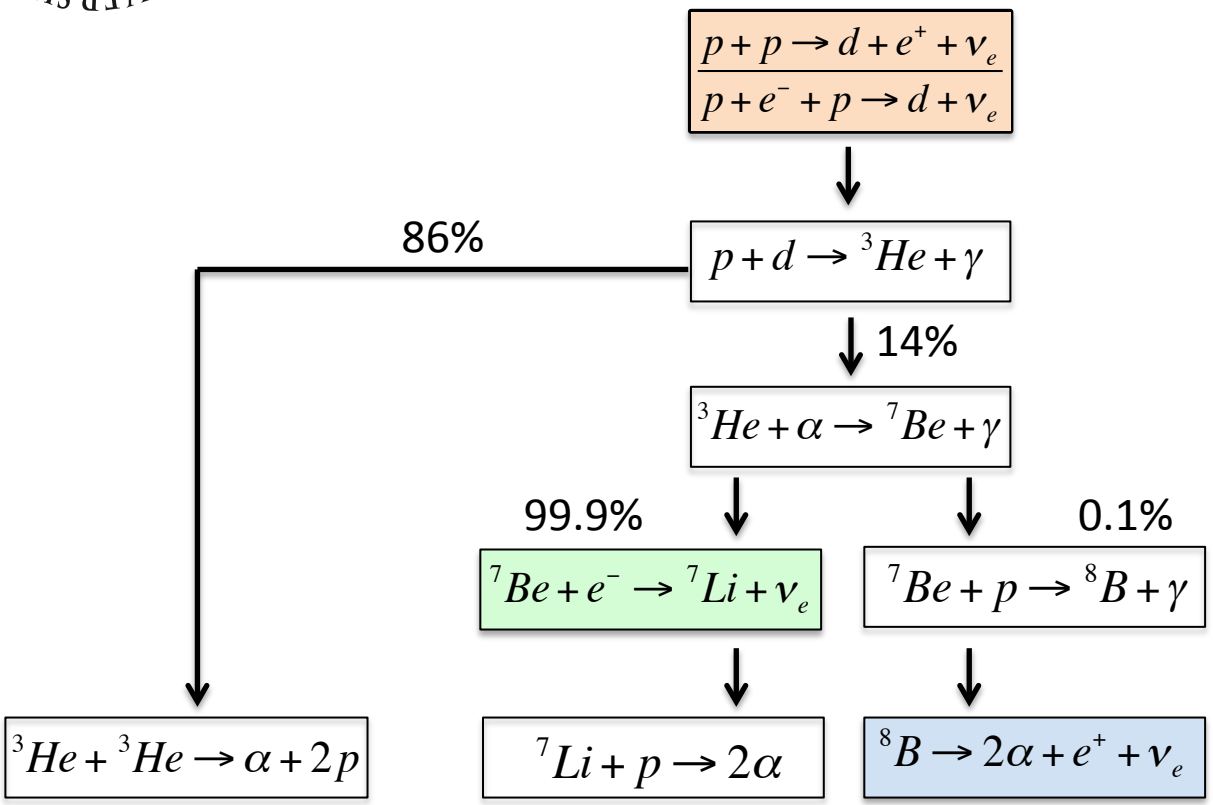
Nel Modello Standard, quindi, i neutrini sono **tre**, uno per ogni leptone carico (con le rispettive antiparticelle).

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

Il Sole come sorgente di neutrini ν_e

Il ciclo solare principale

$$4p + 2e^- \rightarrow \alpha + 2\nu_e + 26.7MeV$$

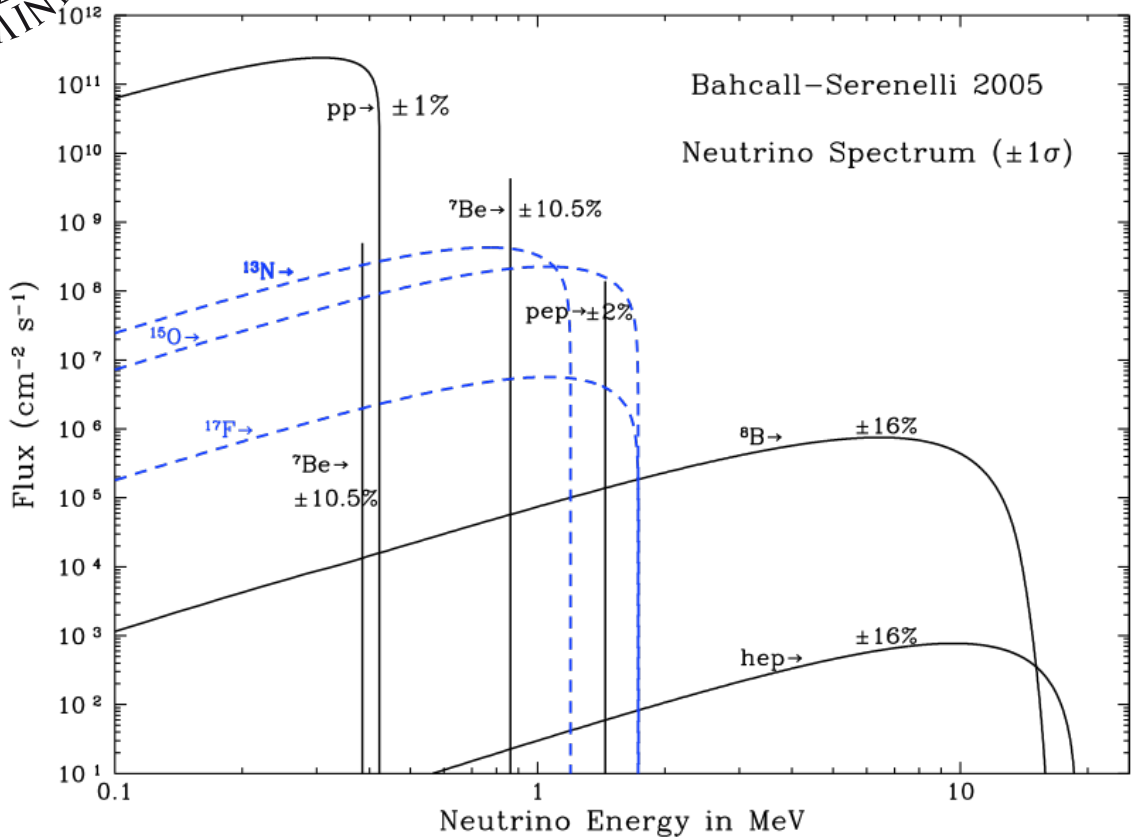


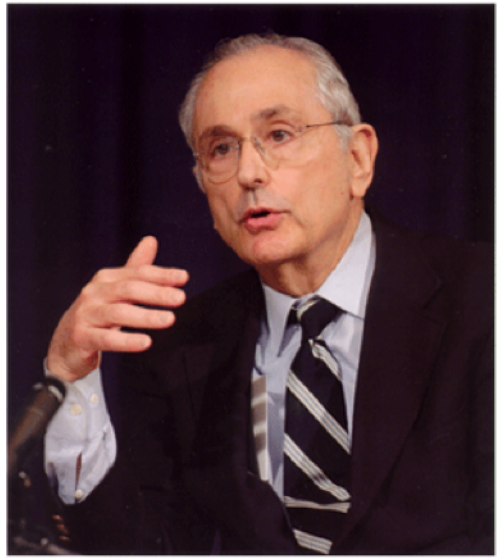
Dal ciclo principale la massima energia dei neutrini è 0.42 MeV e il flusso atteso è pari a $\approx 6\times10^{10}$ cm^{-2} s^{-1}

Dalla cattura elettronica Be -> Li, il neutrino è monocromatico, di energia 0.86 MeV. Il flusso atteso è di $\approx 5\times10^{9}$ cm^{-2} s^{-1} e dipende da $\approx T_c^{8}$ …

Molto più energetici sono i neutrini dal decadimento del Boro: fra 1 e 14.1 MeV, e un flusso $\approx 5\times10^{6}$ cm^{-2} s^{-1} che però dipende da T_c^{18} …

Spettro dei neutrini solari





J.N. Bahcall

Ma come osservarli ? Di nuovo l'idea è di B. Bontecorvo che suggerì (1946) di usare la reazione $\nu_e + {}^{37}Cl \rightarrow {}^{37}Ar + e^-$ che ha la soglia a $E_{th} \approx 0.814$ MeV.

L'Argon è infatti relativamente facile da estrarre ed è radioattivo ($\tau_{1/2}$ = 34 giorni)

Misura del flusso dei neutrini solari

R. Davies
Nobel 2002

R. Davies utilizzò dapprima (1958) il metodo radiochimico suggerito da Pontecorvo, ponendo un bersaglio di 3800 litri di percloro-etilene (C_2Cl_4) nei pressi della centrale di Savannah River.
Non osservò alcun segnale, e questa fu una chiara evidenza che neutrino e antineutrino si comportavano in modo differente …

Comunque, con questo primo esperimento, Davies affinò le tecniche di estrazione dell'Argon e di purificazione del bersaglio che gli servirono dopo…

L'esperimento relativo ai neutrini solari fu quindi installato nella miniera di Homestake (Sud Dakota), alla profondità di 1480 m.

Il bersaglio era adesso di 380 m^3 di C_2Cl_4 -> 133 t di ^{37}Cl (abb.: 24,2%)

La presa dati iniziò nel 1968 e l'esperimento si concluse nel 1995 con il risultato che osservavano ≈ 2.6 SNU invece di quanto atteso, i.e. ≈ 8 SNU (1 SNU = una reazione al secondo per 10^{36} bersagli).

I neutrini dal Sole apparivano essere circa 1/3 del previsto !

Misura del flusso dei neutrini solari

Una spiegazione poteva essere che era sbagliato il Modello Solare: la reazione sul Cloro ha una soglia a 0.814 MeV e solo i neutrini del Boro, con, marginalmente, quelli monocromatici del Be, possono contribuire; ma il loro flusso dipende da T_C^{18} e T_C^{8} , rispettivamente …

Per essere conclusivi, era necessario usare i neutrini del ciclo principale, che, però, hanno $E_{Max} \approx$ 420 keV.

Fu proposto dunque di usare la reazione $^{71}Ga + \nu_e \rightarrow {}^{71}Ge + e^-$ la cui soglia è 233 keV

e il ^{71}Ge ha $\tau_{1/2}$ = 11.43 giorni per cattura beta.

C'era comunque da risolvere il problema di separare il Germanio dal Gallio e quello di disporre di diverse decine di tonnellate di Gallio (due volte la produzione mondiale annuale ...), con problemi anche finanziari non indifferenti.

Misura del flusso dei neutrini solari

Nei neonati **LNGS dell'INFN**, fin dal 1979 si iniziò a fare test al riguardo.

Si giunse così a costruire **GALLEX**, con 100 t di cloruro di gallio in soluzione di HCl,

Il SSM prevedeva **130** SNU, corrispondenti a 1.16 atomi di ^{71}Ge al giorno, come somma di 75 SNU da pp (PPI), 34 SNU dal Be (PPII), 12 SNU dal B (PPIII) e 9 dal ciclo CNO.

Il processo di misura prevedeva che, dopo 20 giorni di esposizione, venisse flussato azoto ultra-puro nel contenitore, in modo da trasportare via il Cloruro di Germanio (volatile) per il successivo trattamento chimico e conteggio.

Come prova della corretta risposta del rivelatore e della successiva analisi, fu usata una sorgente di un Mega Curie di ^{51}Cr che subisce la cattura beta ed emette un neutrino monocromatico da 746 keV, trasformandosi in Vanadio.

Nel 2003, alla fine di GALLEX (1991-97) divenuto poi GNO, il risultato sperimentale era di **77.5±7.7** SNU, ovvero il **60%** circa del previsto.

La saga quarantennale dei neutrini solari …

Esperimenti radiochimici:

Homestake (Cl)

Gallex/GNO (Ga)

Sage (Ga)

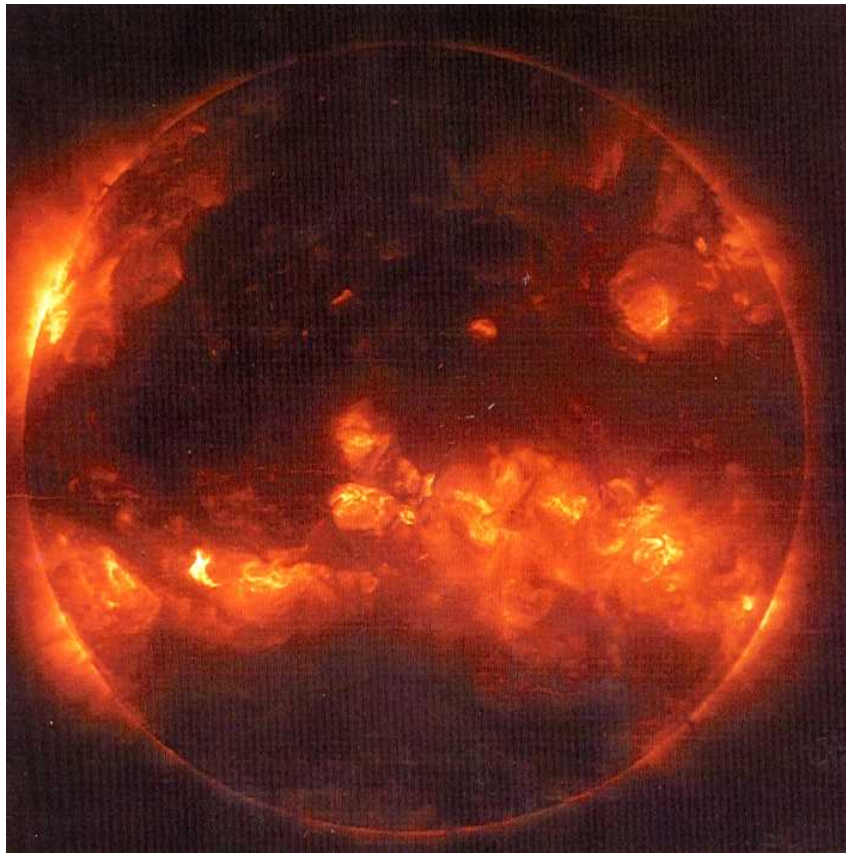
Esperimenti real-time Cerenkov

Kamiokande/Super-Kamiokande

SNO

Esperimenti con Scintillatore

Borexino

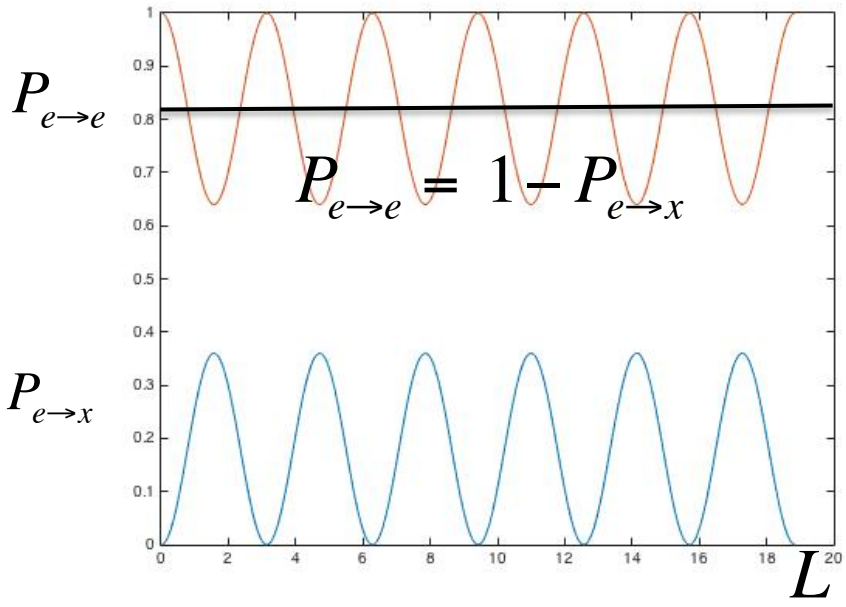


Si conferma che i neutrini solari osservati sono meno del previsto … Perché ?

Come spiegare il deficit di neutrini solari ?

La spiegazione, ancora una volta, si è rifatta a un'idea di Pontecorvo, che prevedeva la possibilità di oscillazione $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$ (1958), trattando la possibilità dell'oscillazione $\mu^- e^+ \leftrightarrow \mu^+ e^-$ sulla falsariga di quanto accade per i mesoni K neutri.

L'idea venne riadattata al sistema dei tre neutrini: se questi possono oscillare "di sapore" uno nell'altro, allora i ν_e che sono prodotti nel core del Sole, nel loro tragitto di 1.5×10^8 km, fino alla Terra, possono trasformarsi negli altri tipi di neutrino, cioè in ν_μ e ν_τ (e viceversa …).



Esempio di oscillazione a due "sapori"

$$P_{e\to x} = \sin^2 2\vartheta \cdot \sin^2(1.267\Delta m^2 \frac{L}{E})$$

$$\lambda[m] = 2.48 \frac{E[MeV]}{\Delta m^2[eV^2]}$$

Come spiegare il deficit di neutrini solari ?

Ma anche se un neutrino ν_e prodotto dal Sole oscilla negli altri tipi di neutrino, **rimane pur sempre un neutrino** !

E allora perché non si vede ugualmente ?

Se prendiamo, per esempio, il caso del Gallio (ma lo stesso vale per il Cloro), le reazioni che possono verificarsi sono le seguenti (sono dette di CC …)

$$^{71}Ga + \nu_e \rightarrow {}^{71}Ge + e^- \qquad \text{soglia a } 0.233 \text{ MeV}$$

$$^{71}Ga + \nu_\mu \rightarrow {}^{71}Ge + \mu^- \qquad \text{soglia a } 106 \text{ MeV}$$

$$^{71}Ga + \nu_\tau \rightarrow {}^{71}Ge + \tau^- \qquad \text{soglia a } 1780 \text{ MeV}$$

… ma, l'energia dei neutrini dal Sole arriva, al massimo, a 14 MeV e dunque non basta affinché si realizzino le reazioni che darebbero origine ai leptoni mu e tau…

Da qui l'apparente "scomparsa" dei neutrini solari osservati in questo canale !

SuperKamiokande

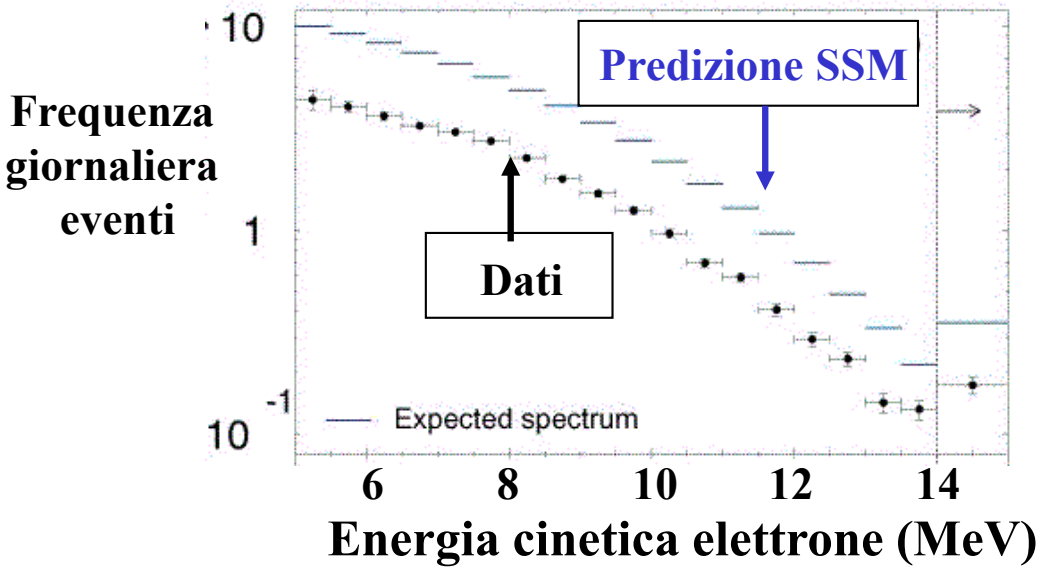
Questo rivelatore, situato nella miniera di Kamioka in Giappone, a una profondità di circa 1000 m, utilizza l'effetto Cerenkov, ovvero la capacità degli elettroni di emettere luce quando attraversano un mezzo trasparente (acqua, in SK) a una velocità v più alta di quella della luce nel mezzo, *c/n*.

La reazione studiata qui è lo scattering elastico (ES) $\nu_\alpha + e^- \rightarrow \nu_\alpha + e^-$ dove α sta per e, μ, τ. Apparentemente essa è sensibile a ogni tipo di neutrino, ma, in realtà, la sezione d'urto associata al neutrino elettronico è circa 6 volte maggiore (canale CC e NC) e dunque è dominante.

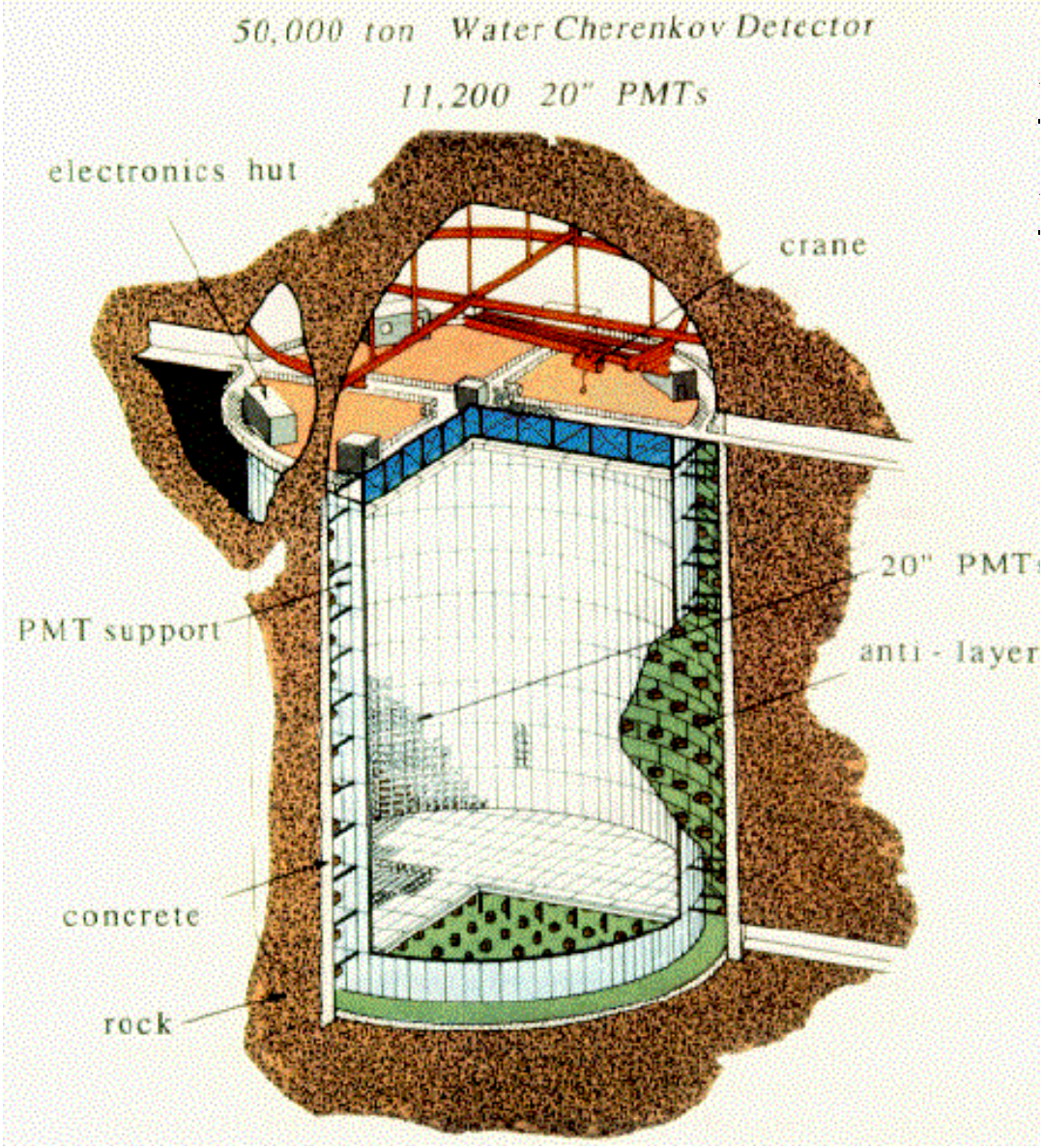
Dopo circa 4 anni (1496 giorni) di presa dati, SK ha registrato 22400 eventi (15 ev/g), misurando

$\Phi(\nu_e) = (2.35 \pm 0.08) \times 10^6$ cm^{-2} s^{-1}

che risulta **0.46 ± 0.08** volte quanto previsto dallo SSM.

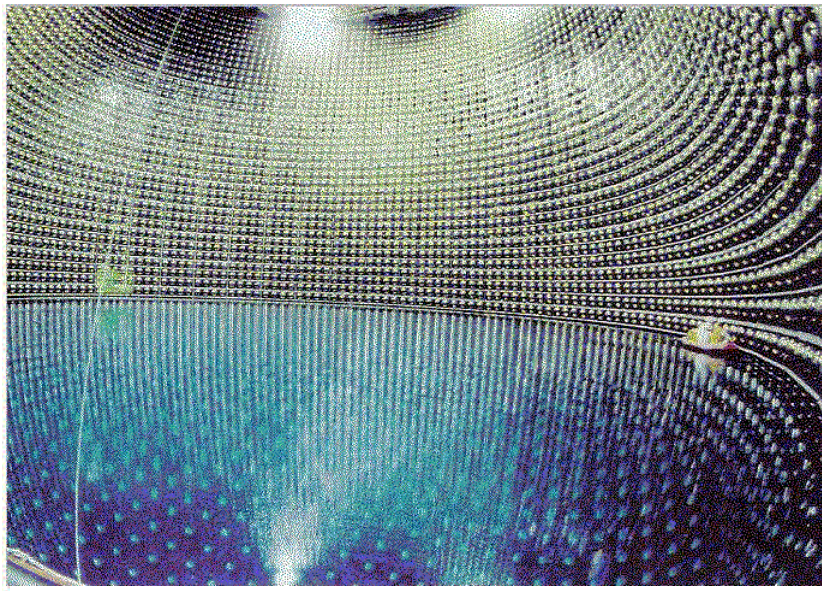


SuperKamiokande

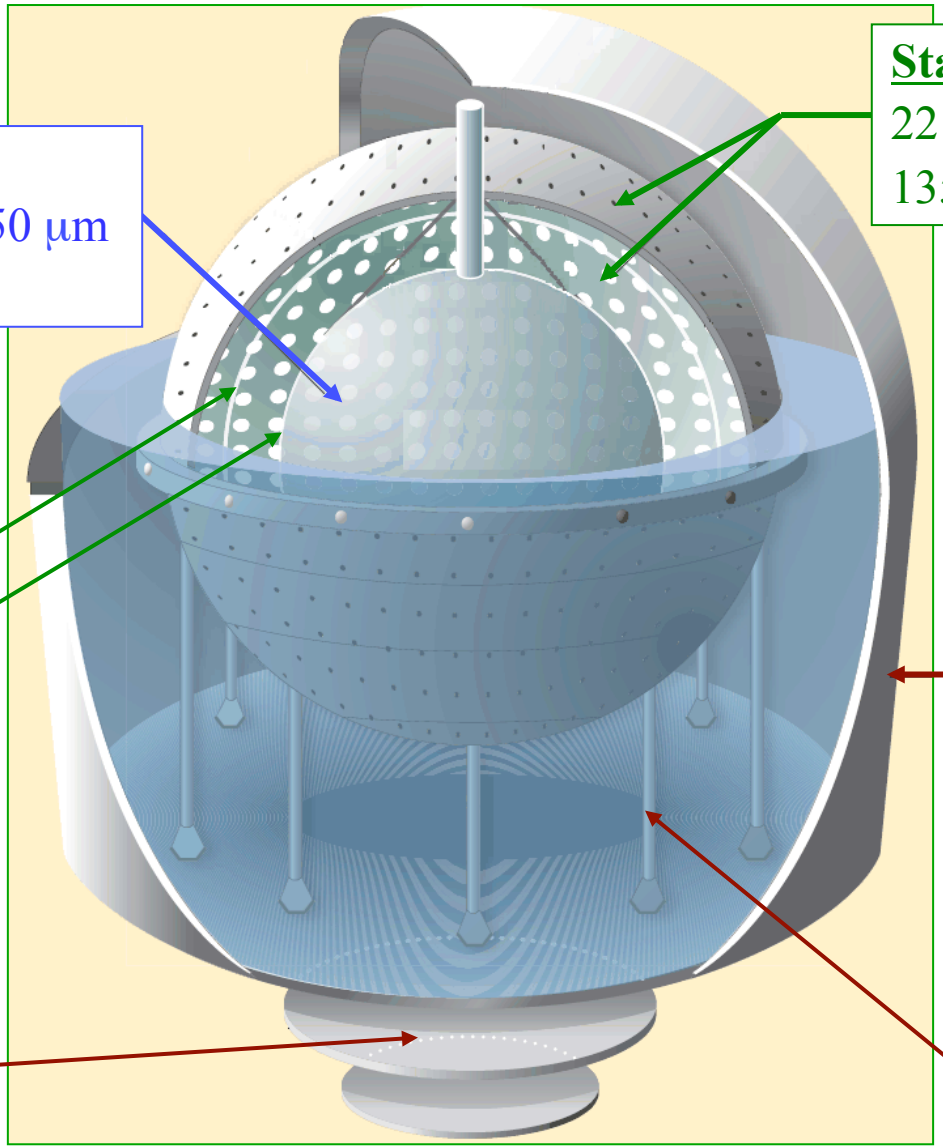


Serbatoio cilindrico
H = 41.4 m, Φ = 39.3 m
contenente
50,000 t di H_2O pura, di cui
18,000 t nel volume esterno (antic.)
32,000 t in quello interno.

➔ Massa fiduciale 22,500 t osservata da 11,200 fotomoltiplicatori (Φ = 50 cm), con una efficienza di raccolta della luce del 40%.



Borexino@LNGS: real time detection



Scintillator:
270 t PC+PPO in a 150 μm thick nylon vessel

Stainless Steel Sphere:
2212 photomultipliers
1350 m^3

Design based on the principle of graded shilding

Nylon vessels:
Inner: 4.25 m
Outer: 5.50 m

Water Tank:
γ and n shield
μ water Č detector
208 PMTs in water
2100 m^3

Neutrino electron scattering

$\nu e \rightarrow \nu e$

Carbon steel plates

20 legs

SNO

SNO (Sudbury Neutrino Observatory) è anch'esso un rivelatore basato sull'effetto Cerenkov, ma usa D_2O (1000 tonnellate, pura al 99,92%).
E' situato a 2070m, in una miniera di nickel, in Ontario.

Ha una soglia a 5.5 MeV → 3.5 MeV (neutrini dal Boro) e le reazioni a cui è sensibile sono lo scattering elastico ES (come SK), ma anche quelle di CC e NC sui nucleoni del deuterio :

$$ES : \nu_\alpha + e^- \rightarrow \nu_\alpha + e^-$$

$$CC : \nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$$

$$NC : \nu_\alpha + d \rightarrow p + n + \nu_\alpha$$

La reazione di dissociazione del deuterio è particolarmente importante perché è ugualmente sensibile ai tre tipi di neutrino e dunque **insensibile** all'oscillazione !

SNO: gli eventi …

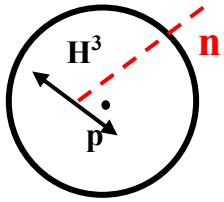
ES: $\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-$
L'elettrone è molto direzionale; la reazione è 6 volte più sensibile ai ν_e

CC: $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$
La reazione è sensibile **solo** ai ν_e . Poiché la maggior parte dell'energia del ν_e è trasferita all'elettone, lq reazione consente la determinazione dello spettro …

NC: $\nu_x + d \rightarrow n + p + \nu_x$
La reazione è sensibile in **ugual modo** ai **tre tipi di neutrino**, dunque consente la determinazione del flusso emesso, a prescindere dall'oscillazione.

Rivelazione della cattura nucleare del neutrone dopo "termalizzazione"

- **Fase I (Novembre 1999 – Maggio 2001):**
  $n + d \rightarrow H^3 + \gamma$ ($E_\gamma = 6.25$ MeV, $\sigma = 5 \times 10^{-4}$ b); $\gamma \rightarrow$ elettrone Compton, coppia e^+e^-
- **Fase II (Luglio 2001 – Settembre 2003): soluzione di 2 tonn. di *NaCl* ultra-puro in D_2O**
  $n + Cl^{35} \rightarrow Cl^{36} +$ alcuni γ ($\langle N_\gamma \rangle \approx 2.5$, $\Sigma E_\gamma \approx 8.6$ MeV, $\sigma = 44$ b)
- **Fase III (Novembre 2004 – Novembre 2006): inserimento di contatori proporzionali riempiti di He^3 (diametro 5 cm) nel volume di D_2O (senza *NaCl*)**
  $n + He^3 \rightarrow p + H^3$ (0.764 MeV segnale mono-energetico, $\sigma = 5330$ b)



SNO

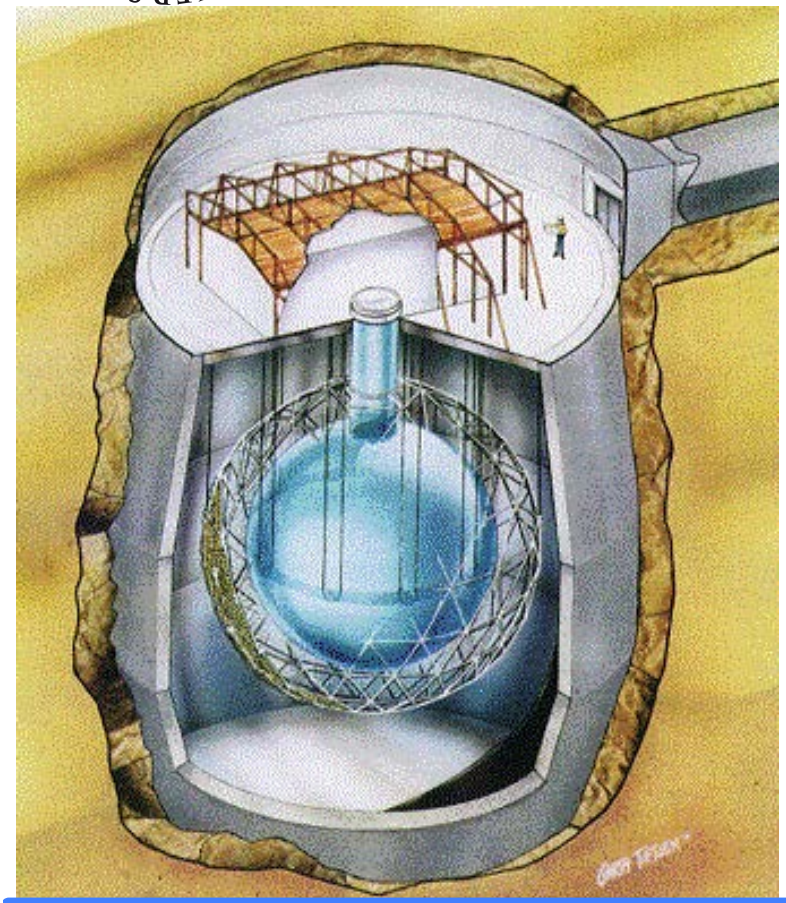
Numero di eventi:

CC: 2176 ± 78

ES: 279 ± 26

NC: 2010 ± 85

Fondo (neutroni esterni): 128 ± 42



$\Phi_{CC} = (1.72 \pm 0.05 \pm 0.11) \times 10^{6}\ cm^{-2}\ s^{-1}$

Nota: $\Phi_{CC} \equiv \Phi(\nu_e)$

$\Phi_{ES} = (2.34 \pm 0.23\ ^{+0.15}_{-0.14}) \times 10^{6}\ cm^{-2}\ s^{-1}$

$\Phi_{NC} = (4.81 \pm 0.19\ ^{+0.28}_{-0.27}) \times 10^{6}\ cm^{-2}\ s^{-1}$ $\Leftrightarrow$ $\Phi_{SSM}(\nu) = 5.05\ ^{+1.01}_{-0.81} \times 10^{6}\ cm^{-2}s^{-1}$

(stat) (sist)

$$\frac{\Phi_{CC}}{\Phi_{NC}} = 0.358 \pm 0.021\ ^{+0.028}_{-0.029}$$

- **Flusso totale di neutrini solari in accordo con predizioni SSM**
  (misura della temperatura del nucleo solare con precisione ~ 0.5%)
- **Composizione neutrini solari all'arrivo sulla Terra:**
  ~ 36% ν_e ; ~ 64% $\nu_\mu + \nu_\tau$ (rapporto ν_μ / ν_τ ignoto)

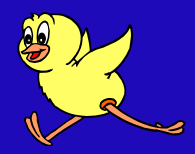
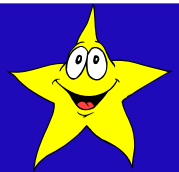
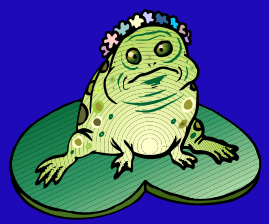
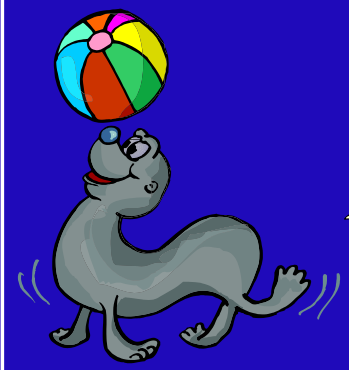
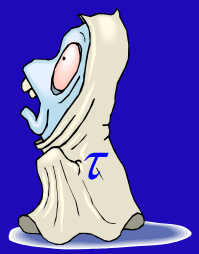
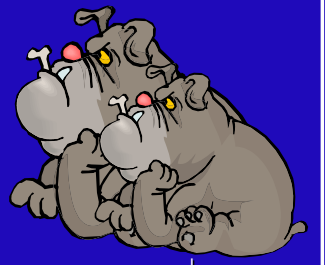
E' la prova definitiva della oscillazione dei neutrini solari !

Quali sono le conseguenze ?

La principale implicazione dell'oscillazione di sapore dei neutrini è che essi **debbono avere una massa non nulla.**

Questa è una forte indicazione che occorre andare **oltre il Modello Standard** delle particelle e delle interazioni fondamentali, dove i neutrini sono stati previsti (almeno inizialmente) con massa nulla.

Il Modello Standard

	Quarks		Leptons		Bosons
I	 up	down	electron	neutrino e	 photon
II	 charm	strange	muon	neutrino μ	gluon
III	 top	beauty	tau	 neutrino τ	 Z^0 $W^{\pm}$ Higgs

… sempre riguardo ai neutrini …

Molte sono le domande ancora aperte …

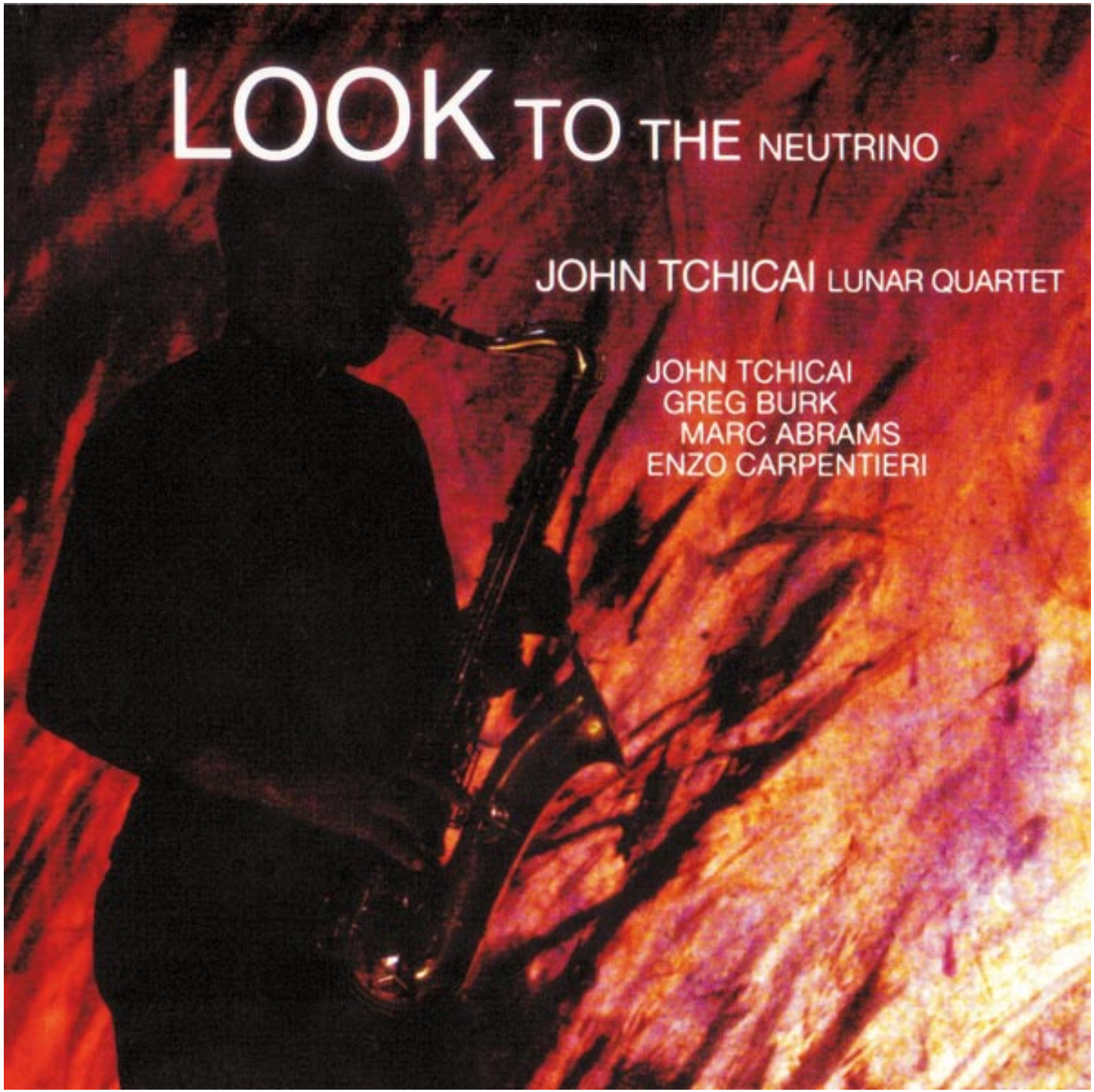
- Perché i neutrini hanno una massa così piccola sulla scala delle altre particelle elementari ?
- Il neutrino è una particella di Dirac (nu ≠ nubar) oppure è una particella di Majorana ?
- Il mescolamento dei neutrini, da cui origina l'oscillazione, prevede anche una fase complessa, nel qual caso risulta violata la simmetria CP (materia-antimateria) anche in questo settore, come in quello dei quarks ?
- Qual è la gerarchia delle masse dei tre neutrini ?
- Esistono altri neutrini ("sterili") oltre i tre che conosciamo ?

Molteplici sono le attività sperimentali (troppe per poterle elencare !) per rispondere a queste domande, principalmente in Giappone, Cina, USA, Italia, …

Conclusioni

La Fisica dei neutrini non ha certamente terminato di essere motivo di Nobel !!!

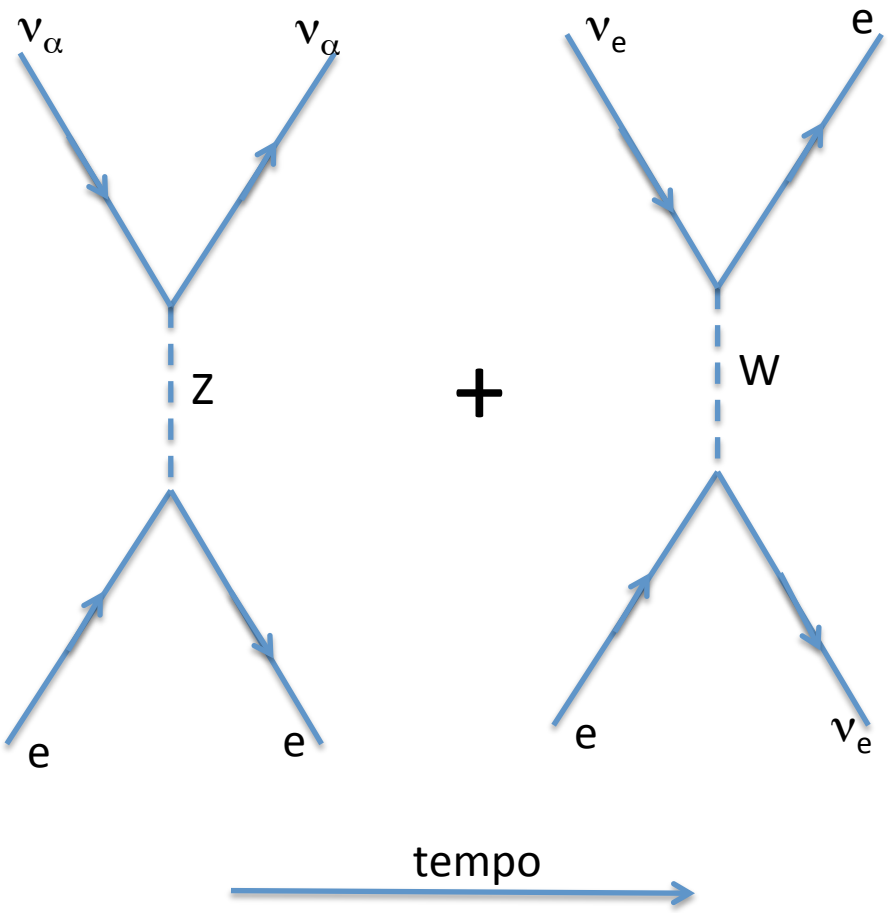
Dunque, chi fosse interessato …



Il neutrino continuerà a essere fonte di sorprese interessanti …

Spares

Processi di ES di CC e NC



$$\sigma_{\nu_e e} = \frac{G^2 s}{\pi}\left[\left(\frac{1}{2}+\xi\right)^2 + \frac{1}{3}\xi^2\right]$$

$$\sigma_{\nu_x e} = \frac{G^2 s}{\pi}\left[\left(-\frac{1}{2}+\xi\right)^2 + \frac{1}{3}\xi^2\right]$$

$$dove \quad \xi = \sin^2\theta_W \cong 0.231$$